



Jean-Marie Monier

Giáo trình Toán - Tập 4

GIẢI TÍCH 4

Giáo trình và
500 bài tập có lời giải



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC



DUNOD

Giáo trình toán - Tập 4

Cours de mathématiques - 4

GIẢI TÍCH 4

ANALYSE 4

Cuốn sách này được xuất bản trong khuôn khổ Chương trình đào tạo Kỹ sư Chất lượng cao tại Việt Nam, với sự trợ giúp của Bộ phận Văn hoá và Hợp tác của Đại sứ quán Pháp tại nước Cộng hoà Xã hội chủ nghĩa Việt Nam.

Cet ouvrage, publié dans le cadre du Programme de Formation d'Ingénieurs d'Excellence au Vietnam, bénéficie du soutien du Service Culturel et de Coopération de l'Ambassade de France en République Socialiste du Vietnam.

Mục lục tập 4

Lời nói đầu

Phần I – Giáo trình

Bộ giáo trình Toán mới này, với nhiều bài tập có lời giải, được biên soạn dành cho sinh viên giai đoạn I các trường đại học công nghệ quốc gia (năm thứ 1 và thứ 2 mọi chuyên ngành), cho sinh viên giai đoạn I đại học khoa học, và cho các thí sinh dự thi tuyển giáo viên trung học phổ thông.

Bố cục của bộ giáo trình này như sau :

Tập 1 : Giải tích 1 } Giải Tích năm thứ 1 (xuất bản lần 2, 6/1996)

Tập 2 : Giải tích 2 }

Tập 3 : Giải tích 3 }

Tập 4 : Giải tích 4 }

Giải Tích năm thứ 2 (xuất bản lần 2, 6/1997)

Tập 5 : Đại số 1 : Đại số năm thứ 1

Tập 6 : Đại số 2 : Đại số năm thứ 2

Tập 7 : Hình học : Hình học năm thứ 1 và năm thứ 2.

Để kiểm tra mức độ lĩnh hội kiến thức, trong mỗi chương độc giả sẽ thấy có lời giải in ở cuối sách. Trừ một vài trường hợp đặc biệt, các bài tập này đều khác với những bài đã có trong các bộ bài tập có lời giải ở các tập trước.

Nhiều vấn đề ở ranh giới của chương trình được đề cập ở cuối chương, dưới dạng các bổ sung có lời giải.

Tác giả rất mong nhận được những lời phê bình và gợi ý của độc giả. Xin vui lòng gửi các ý kiến đến Nhà xuất bản Dunod, 15, phố Gossin, 92541 Montrouge Cedex.

4.3.5. Hội tụ đều và lấy tích phân hàm

4.3.6. Hội tụ của một chuỗi ánh xạ và lấy Jean - Marie Monier

trên một khoảng bất kỳ

Bổ sung

Chương 5. – Chuỗi lũy thừa

5.1. Bán kính hội tụ

5.1.1. Khái niệm chuỗi lũy thừa

5.1.2. Bán kính hội tụ và tổng của một chuỗi lũy thừa

5.1.3. So sánh các bán kính

Lời cảm ơn

Tôi xin chân thành cảm ơn đến các bạn đồng nghiệp đã vui lòng nhận kiểm tra lại từng phần của bản thảo hoặc của bản đánh máy : Robert AMBLARD, Bruno ARSAC, Chantal AURAY, Henri BAROZ, Alain BERNARD, Isabelle BIGEARD, Jacques BLANC, Gerard BOURGIN, Gerard Pierre BOUVIER, Gerard CASSAYRE, Gilles CHAFFARD, Jean-Yves CHEVROLAT, Jean- Paul CHRISTIN, Yves COUTAREL, Catherine DONY, Hermin DURAND, Jean FEYLER, Nicole GAILLARD, Marguerite GAUTHIER, Daniel GENOUD, Chritian GIRAUD, Alain GOURET, André GRUZ, André LAFFONT, Jean- Marc LAPIERRE, Jean- Paul MARGIRIER, Annie MICHEL, Rémy NICOLAI, Michel PERNOUD, Jean REY, René ROY, Philippe SAUNOIS, Patrice SCHWARTZ và Gérard SIBERT.

Cuối cùng tôi xin trân trọng cảm ơn Nhà xuất bản Dunod, Gisèle Maiüs và Michel Mounic đã tạo điều kiện để hoàn thành các tập sách này.

Jean - Marie Monier

Mục lục tập 4

Phần I – Giáo trình

Chương 4. – Dãy và chuỗi ánh xạ	3
4.1. Dãy ánh xạ	3
4.1.1. Các sự hội tụ	3
4.1.2. Hội tụ đều và giới hạn	9
4.1.3. Hội tụ đều và tính liên tục	10
4.1.4. Hội tụ đều và lấy tích phân trên một đoạn	13
4.1.5. Hội tụ đều và lấy đạo hàm	16
4.1.6. Sự hội tụ của một dãy ánh xạ và việc lấy tích phân trên một khoảng tùy ý	18
4.2. Xấp xỉ hàm số một biến thực	30
4.2.1. Xấp xỉ bởi các hàm số bậc thang hay afin từng khúc và liên tục.	30
4.2.2. Xấp xỉ bởi đa thức	31
4.2.3. Xấp xỉ bởi một đa thức lượng giác	41
4.3. Chuỗi ánh xạ	46
4.3.1. Các sự hội tụ	46
4.3.2. Hội tụ đều và giới hạn	59
4.3.3. Hội tụ đều và tính liên tục	60
4.3.4. Hội tụ đều và lấy tích phân trên một đoạn	64
4.3.5. Hội tụ đều và lấy đạo hàm	68
4.3.6. Hội tụ của một chuỗi ánh xạ và lấy tích phân trên một khoảng bất kỳ	73
Bổ sung	77
Chương 5. – Chuỗi lũy thừa	89
5.1. Bán kính hội tụ	89
5.1.1. Khái niệm chuỗi lũy thừa	89
5.1.2. Bán kính hội tụ và tổng của một chuỗi lũy thừa	90
5.1.3. So sánh các bán kính	93

5.1.4.	Dấu hiệu d'Alembert	95
5.2.	Các phép toán trên các chuỗi lũy thừa	102
5.2.1.	Cấu trúc vectơ	102
5.2.2.	Lấy đạo hàm	105
5.2.3.	Tích của hai chuỗi lũy thừa	107
5.3.	Hội tụ	109
5.4.	Tính chính quy của tổng một chuỗi lũy thừa	111
5.5.	Khai triển thành chuỗi lũy thừa	113
5.5.1.	Tổng quát	113
5.5.2.	Các phép toán trên các hàm số khai triển được thành chuỗi lũy thừa	117
5.5.3.	Những KTCLT(0) thường dùng	121
5.6.	Các hàm số một biến phức thường gặp	133
5.6.1.	Hàm mũ phức	133
5.6.2.	Hàm số lượng giác	135
5.6.3.	Hàm số hyperbolic	137
	Bổ sung	140
Chương 6. – Chuỗi Fourier		145
6.1.	Đại cương	145
6.1.1.	Tập hợp CM_T	145
6.1.2.	Hệ số Fourier của một phân tử của CM_T	147
6.1.3.	Chuỗi Fourier của một phân tử của CM_T	151
6.2.	Cấu trúc tiên Hilbert	153
6.2.1.	Không gian tiên Hilbert D_f	153
6.2.2.	Họ trực chuẩn $(e_n)_{n \in \mathbb{Z}}$	155
6.2.3.	Định lý Parseval	156
6.3.	Hội tụ từng điểm	161
6.3.1.	Hội tụ chuẩn tắc	161
6.3.2.	Định lý Dirichlet	162
6.4.	Ví dụ	166
	Bổ sung	172

Chương 7. – Phương trình vi phân	
(Phần 2)	173
7.1. Đại cương	173
7.1.1. Định nghĩa	173
7.1.2. Lý thuyết về việc thay thế một phương trình vi phân cấp n bởi phương trình vi phân cấp 1	174
7.1.3. Phương trình vi phân ô tô nôm	175
7.2. Định lý Cauchy - Lipschitz	178
7.2.1. Lý thuyết	178
7.2.2. Các ví dụ về sử dụng định lý Cauchy - Lipschitz	189
7.3. Hệ vi phân tuyến tính cấp 1	201
7.3.1. Đại cương	201
7.3.2. Sự tồn tại và duy nhất nghiệm của bài toán Cauchy trên toàn khoảng I	203
7.3.3. Cấu trúc của $\mathcal{S}_0$ và $\mathcal{S}$	206
7.3.4. Giải (E_0)	207
7.3.5. Giải (E)	209
7.3.6. Hệ vi phân tuyến tính cấp 1 hệ số hằng số	211
7.3.7. Hệ vi phân ô tô nôm tuyến tính	220
7.4. Phương trình vi phân tuyến tính vô hướng cấp 2	225
7.4.1. Đại cương	225
7.4.2. Giải (E_0)	226
7.4.3. Giải (E)	228
7.4.4. Vấn đề về các mối nối	231
7.4.5. Sử dụng chuỗi lũy thừa	233
Chương 8. – Hàm nhiều biến thực	
(nghiên cứu nâng cao)	241
8.2. Đạo hàm riêng cấp 1	243
8.1.1. Định nghĩa	243
8.1.2. Ánh xạ thuộc lớp C^1 trên một miền mở	244
8.1.3. Vi phân của một ánh xạ thuộc lớp C^1	246
8.1.4. Tính khả vi	252
8.1.5. Bất đẳng thức về số gia hữu hạn	257
8.1.6. C^1 vi phân	260
8.1.7. Ví dụ về giải phương trình đạo hàm riêng cấp 1	267

8.2.	Đạo hàm riêng cấp cao	272
8.2.1.	Định nghĩa	272
8.2.2.	Ảnh xạ thuộc lớp C^k trên một miền mở	272
8.2.3.	Đổi thứ tự lấy đạo hàm	274
8.1.4.	C^k -vi phôi	277
8.1.5.	Ví dụ về giải phương trình đạo hàm riêng cấp ≥ 2	278
8.3.	Cực trị của các hàm số nhiều biến thực	282
8.3.1.	Định nghĩa	282
8.3.2.	Khảo sát nhờ đạo hàm cấp 1	282
8.3.3.	Khảo sát nhờ đạo hàm cấp 2	283
8.3.4.	Cực trị toàn cục	290
8.4.	Hàm ẩn	292
8.5.	Các dạng vi phân	296
8.5.1.	Định nghĩa	296
8.5.2.	Dạng vi phân chính xác	296
8.5.3.	Dạng vi phân đóng	297
	Bổ sung	300
Chương 9. –	Bổ sung về phép tính tích phân	301
9.1.	Tích phân mặt	301
9.1.1.	Ảnh xạ thuộc lớp C^1	301
9.1.2.	Mặt	302
9.1.3.	Tích phân mặt	304
9.2.	Diện tích một phần của mặt	307
9.2.1.	Đại cương	307
9.2.2.	Các trường hợp riêng	308
9.3.	Thông lượng	313
9.3.1.	Đại cương	313
9.3.2.	Góc khối	315
9.3.3.	Định lý Stokes và Ostrogradski	317
9.4.	Khối lượng, tâm quán tính, mômen quán tính của một bản ghènh	323
9.4.1.	Bản ghènh	323
9.4.2.	Khối lượng của một bản ghènh	323
9.4.3.	Tâm quán tính của một bản ghènh	324
9.4.4.	Mômen quán tính của một bản ghènh	328

Phần II

Các chỉ dẫn và trả lời các bài tập

Chương 4, 333; Chương 5, 445; Chương 6, 499; Chương 7, 521;
Chương 8, 555; Chương 9, 593.

Bảng ký hiệu	601
Bảng thuật ngữ	603